Chapitre 7 primitive

Dans tout ce paragraphe, I désigne un intervalle fermé, borné non réduit à un point.

I. Primitive d'une fonction sur un intervalle

Définition : Soit f une fonction définie sur I. On appelle primitive de f sur I toute fonction F définie sur I telle que F est dérivable sur I et $F' = f$.

Remarque :Ici, I peut être un intervalle quelconque.

Exemple :Déterminer une primitive de la fonction : $x \mapsto x^2$ définie de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

Propriété : Soit f une fonction définie sur I. Deux primitives de f sur I diffèrent d'une constante.

Démonstration :

II. Primitives usuelles

primitive d'une constante, d'une puissance de x (entière positive, entière négative, réelle positive), d'une fonction du type $u'u^\alpha$, de la fonction inverse, d'une fonction du type u'/u, de la fonction exponentielle, de la fonction ln, des fonctions trigonométriques, de $\frac{1}{1+x^2}$, de la fonction $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.*

primitive de $u'e^u$, $\frac{u'}{u}$, $u'u^n$, $u'\sin(u)$, $\frac{u'}{\sqrt{u}}$.

Exemple :primitive de $x \mapsto \frac{1}{x\ln(x)}$ sur $[2;3]$.

III. Propriétés des primitives

Propriété :(somme) Une primitive d'une somme est la somme des primitives

Démonstration :

Propriété :(produit par un réel) une primitive du produit d'une fonction par un réel est le produit de la primitive de la fonction par le réel.

Démonstration :

Propriété :(Intégration par parties) Soient u et v deux fonctions dérivables sur un intervalle I. Alors uv' admet pour primitive $uv - F$ où F est une primitive de uv'.

Démonstration :

Exemple :primitive de $\ln(x)$