

Synthèse Dénombrement

Définition : Un ensemble E non vide est fini si il existe un entier n et une bijection entre $[[1; n]]$ et E . Alors $Card(E) = n$.

$$Card(\emptyset) = 0.$$

Propriété : E et F ensembles finis disjoints : $Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F)$.

Propriété : $E_1, E_2, \dots, E_n$, n ensembles finis disjoints : $Card(\bigcup_{k=1}^n A_k) = \sum_{k=1}^n Card(A_k)$

Propriété : E et F ensembles finis quelconques :

$$Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F) - Card(E \cap F).$$

Propriété : Soient E et F deux ensembles finis : $Card(A \times B) = Card(A) \times Card(B)$.

Propriété : Soient $A_1, A_2, \dots, A_n$, n ensembles finis : $Card(A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n) = Card(A_1) \times Card(A_2) \times \dots \times Card(A_n)$.

En particulier $Card(E^n) = (Card(E))^n$.

Définition : Une p -liste de E est un p -uplet constitué d'éléments de E .

Propriété : Il y a n^p p -listes d'éléments pris dans un ensemble à n éléments.

Propriété : n^k façons de choisir k éléments parmi n AOAR.

Définition : Une k -liste sans répétition de E est une k -liste d'éléments distincts de E .

Propriété : Si $Card(E) = n$ et $k \in [[1; n]]$. Le nombre de k -listes sans répétition de E est $\frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)$.

Propriété : $\frac{n!}{(n-k)!}$ façons de choisir k éléments parmi n AOSR.

Définition : Si $Card(E) = n$, une permutation de E est une n -liste sans répétition des n éléments de E .

Propriété : Il y a $n!$ permutations dans un ensemble à n éléments.

Définition : Si $Card(E) = n$ et $k \in [[0; n]]$. Une combinaison de k éléments de E est une partie de E de cardinal k .

Propriété : $Card(E) = n$ et $k \in [[0; n]]$: il y a $\binom{n}{k}$ combinaisons de k éléments de E .

Propriété : $\binom{n}{k}$ façons de choisir k éléments parmi n SOSR.