

Exercices : Logique

Exercice 1 :

Pour chacune des implications suivantes, écrire sa contraposée et sa réciproque :

1. Si Pierre est dans la cuisine, alors Sophie est dans le jardin.
2. Si Pierre et Paul ne sont pas dans la cuisine, alors Sophie n'est pas dans le jardin.

Exercice 2 :

1. On suppose vraie l'implication suivante : "Si le chien est dans le salon, alors le chat n'y est pas". Que pouvez conclure si vous savez :
 - (a) que le chien est dans le salon ?
 - (b) que le chien n'est pas dans le salon ?
 - (c) que le chat n'est pas dans le salon ?
 - (d) que le chat est dans le salon ?
2. On suppose vraie l'implication suivante : "Si tu ne manges pas tes légumes, alors tu n'as pas de dessert". Que pouvez conclure si vous savez :
 - (a) que Paul a eu du dessert ?
 - (b) que Paul n'a pas mangé ses légumes ?
 - (c) que Paul a mangé ses légumes ?
 - (d) que Paul n'a pas eu de dessert ?Que devrait réclamer Paul comme règle afin que le contrat soit équitable ?

Exercice 3 :

Dans chaque cas :

- Relier les deux assertions soit par "si...alors", soit par "si et seulement si" afin que la proposition obtenue soit correcte.
 - Dans le cas des implications, dire qu'elle est l'assertion nécessaire et l'assertion suffisante
1. "Je suis en prépa" ; "j'ai eu mon bac"
 2. "je peux voter" ; "j'ai plus de 18 ans"
 3. "le verre est à moitié plein" ; "le verre est à moitié vide"
 4. "Marc est plus âgé que Kim" ; "Kim est plus jeune que Marc"
 5. "J'ai obtenu 12 de moyenne lors de mes partiels de L1" ; "j'ai obtenu ma première année de Licence"
 6. "J'ai réussi un concours" ; "j'ai réussi l'écrit et l'oral du concours"
 7. "J'ai 18 ans" ; "J'ai droit à la carte de réduction pour les 12-25 ans"

Exercice 4 : Différents types de démonstration

1. Montrer $(n = 0) \Leftrightarrow (n^4 + 3n^2 + 2 \text{ est un nombre premier})$.
2. Soit n un entier naturel. Montrer par contraposée que si n^2 est pair alors n est pair.
3. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel en utilisant une démonstration par l'absurde.