

## Exercices : DL

### Exercice 1

Calculer les DL suivants :

1.  $x \mapsto x^4 + x + 1$  à l'ordre 2 en 0.
2.  $x \mapsto \cos(x) - e^x$  à l'ordre 2 en 0.
3.  $x \mapsto (\cos(x) - e^x)^2 - \sin^2(x)$  à l'ordre 2 en 0.
4.  $x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  à l'ordre 2 en 0.
5.  $x \mapsto \sqrt{1 + \sin(x)}$  à l'ordre 2 en 0.
6.  $x \mapsto \ln(2 \cos(x) + \sin(x))$  à l'ordre 2 en 0.
7.  $x \mapsto \frac{e^x}{x}$  à l'ordre 2 en -1.
8.  $x \mapsto (1 + \frac{1}{x})^x$  à l'ordre 2 en 1.
9.  $x \mapsto \ln(\frac{\sin(x)}{x})$  à l'ordre 4 en 0.

### Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sin^2(x)} - \frac{1}{x^2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2+x} - e^{2x}}{\cos(\frac{\pi}{2}x)}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)\sqrt{1+x^2} - x}{x^3}$
4.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2(e^{\frac{1}{x}} - e^{\frac{1}{1+x}})$

### Exercice 3 :

Montrez que la courbe représentative de la fonction  $f : x \mapsto e^{\frac{1}{x}} \sqrt{x(x+2)}$  admet une asymptote simple en  $+\infty$  et en déterminer l'équation. Quelle est la position de cette courbe par rapport à son asymptote en  $+\infty$  ?

### Exercice 4 :

Étudier au voisinage de 0 l'allure de la courbe de la fonction  $f : x \mapsto \frac{x}{\ln(1+x)}$ ,  $g : x \mapsto \frac{\sin(x)}{e^x - 1}$ .

### Exercice 5 :

Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(0) = 1$  et  $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$  si  $x \neq 0$ .

1. Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}$ .
2. Montrer que  $f$  est dérivable en 0 et que  $f'(0) = -\frac{1}{2}$ .