

Programme de colle : du 23-04 au 26-04 (s23)

La colle doit comporter une question de cours (parmi celles indiquées ou une définition du cours, ou l'énoncé d'une propriété) et un ou plusieurs exercice(s). La question de cours portant sur l'informatique sera systématiquement posée. Un(e) élève qui ne sait pas traiter la question de cours n'a pas la moyenne.

Espaces vectoriels dans \mathbb{R}^n

- Vecteurs du plan et de l'espace, somme produit par un réel, colinéarité de deux vecteurs, propriétés, base du plan et de l'espace, coordonnées, opérations sur les coordonnées.
- \mathbb{R}^n muni des opérations de sommes et de produits par un scalaire est un espace vectoriel. Règles de calculs dans \mathbb{R}^n , famille de vecteurs, combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs.
- Sous-espace vectoriels de \mathbb{R}^n , caractérisations, un sous-espace vectoriel est un espace vectoriel. Exemple fondamental des solutions d'un système linéaires homogène. Intersection de sous-espaces vectoriels.
- Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs. Famille génératrice d'un espace vectoriel, propriété des familles génératrices. Famille libre, famille liée, propriétés des familles libres et des familles liées.
- Base d'un espace vectoriel, espace de dimension finie, dimension d'un espace vectoriel. Théorème de la base incomplète. Lien entre dimension et famille libre, dimension et famille génératrice. Dimension d'un sous-espace vectoriel. Rang d'une famille de vecteurs.

Applications linéaires

- Application linéaire entre deux espaces vectoriels. Caractérisation d'une application linéaire. Image d'une combinaison linéaire par une application linéaire.
- Somme de deux applications linéaires, produit d'une application linéaire par un scalaire, composée de deux applications linéaires, réciproque d'une application linéaire.
- Noyau d'une application linéaire. Le noyau est un espace vectoriel. Caractérisation de l'injectivité par le noyau. Image d'une famille libre par une application injective.
- Ensemble image d'une application linéaire. l'ensemble image d'une application linéaire est un espace vectoriel. Image d'une famille génératrice par une application linéaire. Caractérisation de la surjectivité. rang d'une application linéaire.

Questions de cours

- L'intersection de deux sev est un sev (avec démonstration).
- Définition et propriété de $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)$ (avec démonstration).
- Définition de famille génératrice, famille libre, base.
- Le noyau (l'ensemble image) d'une application linéaire est un sev de l'espace de départ (respectivement d'arrivée) (avec démonstration).
- Caractérisation de l'injectivité par le noyau (avec démonstration).