Synthèse Dénombrement

Définition : Un ensemble E non vide est fini si il existe un entier n et une bijection entre $[|1;n|]$ et E. Alors $Card(E) = n$.
$Card(\emptyset) = 0$.

Propriété : E et F ensembles finis disjoints : $Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F)$.

Propriété : E_1, E_2, ..., E_n, n ensembles finis disjoints : $Card(\bigcup_{k=1}^{n} A_k) = \sum_{k=1}^{n} Card(A_k)$

Propriété : E et F ensembles finis quelconques :
$Card(E \cup F) = Card(E) + Card(F) - Card(E \cap F)$.

Propriété : Soient A et B deux ensembles finis : $Card(A \times B) = Card(A) \times Card(B)$.

Propriété : Soient A_1, A_2, ..., A_n, n ensembles finis : $Card(A_1 \times A_2 \times ... \times A_n) = Card(A_1) \times Card(A_2) \times ... \times Card(A_n)$.
En particulier $Card(E^n) = (Card(E))^n$.

Définition : Une k-liste de E est un k-uplet constitué d'éléments de E.

Propriété : Il y a n^k k-listes d'éléments pris dans un ensemble à n éléments.

Propriété : n^k façons de choisir k éléments parmi n AOAR.

Définition : Une k-liste sans répétition de E est une k-liste d'éléments distincts de E.

Propriété : Si $Card(E) = n$ et $k \in [|1;n|]$. Le nombre de k-listes sans répétition de E est $\frac{n!}{(n-k)!} = n(n-1)(n-2)...(n-k+1)$.

Propriété : $\frac{n!}{(n-k)!}$ façons de choisir k éléments parmi n AOSR.

Définition : Si $Card(E) = n$, une permutation de E est une n-liste sans répétition des n éléments de E.

Propriété : Il y a $n!$ permutations dans un ensemble à n éléments.

Définition : Si $Card(E) = n$ et $k \in [|0;n|]$. Une combinaison de k éléments de E est une partie de E de cardinal k.

Propriété : $Card(E) = n$ et $k \in [|0;n|]$: il y a $\binom{n}{k}$ combinaisons de k éléments de E.

Propriété : $\binom{n}{k}$ façons de choisir k éléments parmi n SOSR.

Propriété : Il y a 2^n parties dans un ensemble E à n éléments. $Card(\mathcal{P}(E)) = 2^n$.