

## Programme de colle : du 18/11 au 23/11 (s8)

La colle doit comporter une question de cours (parmi celles indiquées **ou une définition du cours, ou l'énoncé d'une propriété**) et un ou plusieurs exercice(s). Un(e) élève qui ne sait pas traiter la question de cours n'a pas la moyenne.

### VAR discrètes

- Définition d'une variable aléatoire (finie, discrète), support d'une VAR, définition et propriétés d'une fonction de répartition, cas particulier des VAR finies, indépendance de deux VAR, d'une famille de VAR, d'une suite de VAR.
- Loi de probabilité d'une VAR discrète,  $(X = x_i)_{i \in \mathbb{N}}$  est un SCE, espérance d'une VAR discrète, formule de transfert. moments d'une VAR discrètes, variance, formule de Koenig Huygens, écart-type, variance et espérance de  $aX+b$ , variable centrée, réduite. Inégalité de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.
- Loi uniforme sur  $[[1;n]]$ , loi de Bernoulli, loi binomiale, loi hyper-géométrique, loi de Poisson, loi géométrique (modèle, loi, espérance, variance, simulation informatique).

### Questions de cours

- Définition d'une VAR dans le cas général.
- Définition et propriétés de la fonction de répartition (sans démonstration).
- Définition de la loi de probabilité d'une loi discrète.
- Définition de l'espérance d'une VAR discrète.
- Formule de transfert (sans démonstration).
- Variance et formule de Koenig-Huygens (avec démonstration)
- Inégalité de Markov et Bienaymé-Tchebychev (sans démonstration).
- Un loi usuelles au choix du colleur (parmi loi de Bernoulli, binomiale, géométrique avec démonstration de l'espérance et simulation informatique / ou parmi hypergéométrique, de Poisson sans démonstration ni simulation informatique).

### Révisions complexes, polynômes

- Ensemble des nombres complexes, forme algébrique, partie réelle et imaginaire, inverse d'un complexe. Conjugué, définitions et propriétés. Module, définition et propriétés.
- Représentation graphique (image ponctuelle, vectorielle, affixe), arguments d'un complexe non nul (définition et propriétés). Forme trigonométrique, exponentielle complexe, formules de Moivre et Euler. Écriture de  $a \cos(\theta) + b \sin(\theta)$  sous la forme  $r \cos(\theta + \varphi)$ .
- Définition d'un monôme à coefficients dans  $K$ , degré du monôme. Définition d'un polynôme à coefficients dans  $K$ . Ensemble  $K[X]$ . Un polynôme est nul si et seulement si tous ses coefficients sont nuls, deux polynômes sont égaux s'ils ont mêmes coefficients. Degré d'un polynôme. Ensemble  $K_n[X]$ .
- Somme, produit, composée de deux polynômes, produit d'un polynôme par un scalaire. Propriétés du degré vis à vis de ces opérations. Si un produit de polynômes est nul alors l'un des polynômes au moins est nul.
- Factorisation de  $P \in K[X]$  par  $Q \in K[X]$ , définition de  $a$  racine de  $P \in K[X]$ , définition de  $a$  racine multiple d'ordre  $r$  de  $P \in K[X]$ .  $a$  est racine de  $P$  si et seulement si  $P$  se factorise par  $X - a$ . Théorème de d'Alembert-Gauss (admis). Factorisation de  $P \in C[X]$  non nul de degré  $n$  par  $n$  polynômes de  $C[X]$  de degré 1. Racines complexes d'un polynôme

de degré  $n$  à coefficients réels (admis). Un polynôme non nul de degré  $n$  admet au plus  $n$  racines distinctes.

- Définition formelle d'un polynôme dérivé, caractérisation d'une racine  $a$  d'ordre  $r$  de  $P \in K[X]$  par l'évaluation des  $r$  premières dérivées de  $P$  en  $a$  (admis).

### Questions de cours

- Inégalité triangulaire dans le cas des complexes (avec démonstration, sans la discussion sur le cas d'égalité).
- Formules de Moivre et d'Euler (avec démonstration).
- $P$  est factorisable par  $X - a$  ssi  $a$  est une racine de  $P$  (avec démonstration possible).
- Caractérisation d'une racine  $a$  d'ordre  $r$  de  $P \in K[X]$  par l'évaluation des  $r$  premières dérivées de  $P$  en  $a$  (sans démonstration).

### Révisions systèmes, matrices

- Définition d'un système linéaire à  $n$  équations et  $p$  inconnues. Système équivalent, système homogène, système réduit. Solution d'un système réduit. Méthode du pivot de Gauss, rang d'un système.
- Définition d'une matrice de taille  $n \times p$  à coefficients dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ . Matrices carrées, diagonales, triangulaires, identités, nulles. Transposée d'une matrice, matrice symétrique.
- Opérations sur les matrices et propriété de ces opérations (somme, produit par un scalaire, produit matriciel, puissance entière de matrice, formule du binôme de Newton pour les matrices qui commutent).
- Matrice inversible : définition, propriété de l'inverse, produit de matrices inversibles, lien entre système et matrice, détermination pratique de l'inverse, déterminant d'une matrice carrée d'ordre 2, caractérisation et formule de l'inverse d'une matrice carrée inversible d'ordre 2 par le déterminant.

### Questions de cours

- Définition du produit matriciel.
- Le produit de deux matrices inversibles est une matrice inversible (avec démonstration).
- Déterminant et caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carrée d'ordre 2 (sans démonstration)
- Informatique : programmation de la somme de deux matrices en PYTHON.