

## Programme de colle : du 25/11 au 29/11 (s9)

*La colle doit comporter une question de cours (parmi celles indiquées **ou une définition du cours, ou l'énoncé d'une propriété**) et un ou plusieurs exercice(s). Un(e) élève qui ne sait pas traiter la question de cours n'a pas la moyenne.*

### Révisions systèmes, matrices

- Définition d'un système linéaire à  $n$  équations et  $p$  inconnues. Système équivalent, système homogène, système réduit. Solution d'un système réduit. Méthode du pivot de gauss, rang d'un système.
- Définition d'une matrice de taille  $n \times p$  à coefficients dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ . Matrices carrées, diagonales, triangulaires, identités, nulles. Transposée d'une matrice, matrice symétrique.
- Opérations sur les matrices et propriété de ces opérations (somme, produit par un scalaire, produit matriciel, puissance entière de matrice, formule du binôme de Newton pour les matrices qui commutent).
- Matrice inversible : définition, propriété de l'inverse, produit de matrices inversibles, lien entre système et matrice, détermination pratique de l'inverse, déterminant d'une matrice carré d'ordre 2, caractérisation et formule de l'inverse d'une matrice carrée inversible d'ordre 2 par le déterminant.

### Questions de cours

- Définition du produit matriciel.
- Le produit de deux matrices inversibles est une matrice inversible (avec démonstration).
- Déterminant et caractérisation de l'inversibilité d'une matrice carré d'ordre 2 (sans démonstration)
- Informatique : programmation de la somme de deux matrices en PYTHON.

### Espaces vectoriels

- Définition d'un espace vectoriel. Ex fondamentaux :  $\mathbb{R}^n$ ,  $\mathbb{R}[x]$ ,  $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ ,  $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ , muni des opérations de sommes et de produits par un scalaire. Famille de vecteurs, combinaisons linéaires d'une famille de vecteurs.
- Sous-espace vectoriels d'un espace vectoriel, caractérisations, un sous-espace vectoriel est un espace vectoriel. Exemple fondamental de  $\mathbb{R}_n[X]$ , des solutions d'un système linéaires homogène. Intersection de sous-espaces vectoriels.
- Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs. Famille génératrice d'un espace vectoriel, propriété des familles génératrices. Famille libre, famille liée, propriétés des familles libres et des familles liées. Propriété des familles de polynômes à degrés deux a deux distincts.
- Base d'un espace vectoriel, espace de dimension finie, espace de dimension infini, dimension d'un espace vectoriel de dimension finie, base canonique et dimension des e-v fondamentaux. Théorème de la base incomplète. Lien entre dimension et famille libre, dimension et famille génératrice. Dimension d'un sous-espace vectoriel. Rang d'une famille de vecteurs.

**Questions de cours**

- L'intersection de deux sev est un sev (avec démonstration).
- Définition et propriété de  $Vect(e_1, \dots, e_p)$  (avec démonstration).
- Définition de famille génératrice, famille libre, base.
- Énoncé des propriétés sur famille libre, famille génératrice et dimension (sans démonstration).