

Programme de colle : du 06/01 au 11/01 (s13)

*La colle doit comporter une question de cours (parmi celles indiquées **ou une définition du cours, ou l'énoncé d'une propriété**) et un ou plusieurs exercice(s). Un(e) élève qui ne sait pas traiter la question de cours n'a pas la moyenne.*

Réduction

- Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres (pour un endomorphisme, pour une matrice). Cas de la valeur propre 0. Un endomorphisme et sa matrice associée dans une base ont même valeurs propres. Deux matrices semblables ont même valeurs propres. Caractérisation d'une valeur propre par l'endomorphisme $f - \lambda Id$ ou la matrice $A - \lambda Id$. Valeurs propres d'une matrice triangulaire. Méthode de détermination pratique des valeurs propres et sous-espaces propres.
- Endomorphisme diagonalisable, matrice diagonalisable. Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre. Un endomorphisme d'un espace de dimension n a au plus n valeurs propres distinctes. La juxtaposition des bases des sous-espaces propres est une famille libre. Caractérisation de la diagonalisabilité par la somme des dimensions des sous espaces propres. Deux conditions suffisantes : (n valeurs propres distinctes dans un espace de dimension n) ou (matrice symétrique à coefficients réels).
- Applications de la diagonalisation.

Questions de cours

- Éléments propres d'un endomorphisme (d'une matrice).
- Deux matrices semblables ont même valeurs propres (avec démonstration).
- Caractérisation d'une valeur propre pour un endomorphisme.
- Une famille constituée de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre (avec démonstration).
- Condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité (sans démonstration).

Équations différentielles - révisions

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1 (résolution dans le cas homogène, méthode de variation de la constante pour la solution particulière, principe de superposition, problème de Cauchy).
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients quelconques (résolution dans le cas homogène, solutions particulières avec indication de l'énoncé, principe de superposition, problème de Cauchy).
- Équations autonomes (principe général).

Questions de cours

- Solutions d'une équation différentielle homogène linéaire du premier ordre (sans démonstration).
- Méthode de la variation de la constante.
- Solutions d'une équation différentielle homogène linéaire du second ordre (sans démonstration).

intégrales généralisées

- convergence d'une intégrale généralisée d'une fonction continue sur un intervalle semi-ouvert ou ouvert. Cas d'une fonction continue sur un intervalle sauf en un nombre fini de points. Propriétés : linéarité, relation de Chasles, positivité, croissance, intégration par partie, formule de changement de variable. Cas des fonctions paires ou impaires.
- théorème de convergence par comparaisons de fonctions positives, convergence absolue, intégrale de la gaussienne.

Questions de cours

- Convergence d'une intégrale impropre d'une fonction continue sur un segment semi-ouvert.
- Exemples fondamentaux $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x} dx$, $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$.
- Théorème de comparaison.