

## Programme de colle : du 14/12 au 18/12 (s12)

*La colle doit comporter une question de cours (parmi celles indiquées **ou une définition du cours, ou l'énoncé d'une propriété**) et un ou plusieurs exercice(s). Un(e) élève qui ne sait pas traiter la question de cours n'a pas la moyenne.*

### Applications linéaires

- Matrice de passage entre deux bases. Inversibilité et expression de l'inverse d'une matrice de passage. Formule du changement de base pour un vecteur, formule du changement de base pour la matrice d'un endomorphisme. Matrices semblables. Deux matrices sont semblables ssi elles représentent la même application linéaire dans deux bases différentes. Deux matrices semblables ont le même rang. Si deux matrices sont semblables et l'une est inversible alors l'autre est inversible et les inverses sont semblables.

### Questions de cours

- Formules de changement de base (sans démonstration)
- Matrices semblables (définition).
- Si  $A$  et  $B$  sont semblables alors  $A^n$  et  $B^n$  sont semblables pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .

### Réduction

- Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres (pour un endomorphisme, pour une matrice). Cas de la valeur propre 0. Un endomorphisme et sa matrice associée dans une base ont même valeurs propres. Deux matrices semblables ont même valeurs propres. Caractérisation d'une valeur propre par l'endomorphisme  $f - \lambda Id$  ou la matrice  $A - \lambda Id$ . Valeurs propres d'une matrice triangulaire. Méthode de détermination pratique des valeurs propres et sous-espaces propres.
- Endomorphisme diagonalisable, matrice diagonalisable. Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre. Un endomorphisme d'un espace de dimension  $n$  a au plus  $n$  valeurs propres distinctes. La juxtaposition des bases des sous-espaces propres est une famille libre. Caractérisation de la diagonalisabilité par la somme des dimensions des sous espaces propres. Deux conditions suffisantes : ( $n$  valeurs propres distinctes dans un espace de dimension  $n$ ) ou (matrice symétrique à coefficients réels).
- Applications de la diagonalisation.

### Questions de cours

- Éléments propres d'un endomorphisme (d'une matrice).
- Deux matrices semblables ont même valeurs propres (avec démonstration).
- Caractérisation d'une valeur propre pour un endomorphisme.
- Une famille constituée de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre (avec démonstration).
- Condition nécessaire et suffisante de diagonalisabilité (sans démonstration).